2009학년도 중등교사신규임용후보자선정경쟁시험

수 학

1차 시험	2 교시 (전공)	40문항 80점	시험시간 120 분

○ 문제지 전체 면 수가 맞는지 확인하시오.
○ 문항의 배점이 1.5점과 2.5점인 문항에는 배점이 표시되어 있습니다. 나머지 문항은 2점입니다.
○ 각 문항의 정답을 컴퓨터용 흑색 사인펜을 사용하여 OMR답안지에 표시하시오.

1. 2007년 개정 수학과 교육과정의 내용에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 고등학교 1학년의 학습 내용이었던 ‘두 원의 위치관계’를 중학교 1학년으로 이동하였다.
② 중학교 3학년에 있던 ‘무리수의 도입은 무한소수를 소재로 한다’라는 학습 지도상의 유의점을 삭제하였다.
③ 고등학교 1학년의 수와 연산 영역에 ‘조건’, ‘진리집합’, ‘모든’, ‘어떤’이라는 용어를 도입하였다.
④ 「적분과 통계」 과목에 ‘중복조합’ 및 ‘표본비율과 모비율의 관계’에 대한 내용을 도입하였다.
⑤ 「기하와 벡터」 과목에 ‘일차변환과 행렬’ 및 ‘복소수의 극형식’에 대한 내용을 도입하였다.

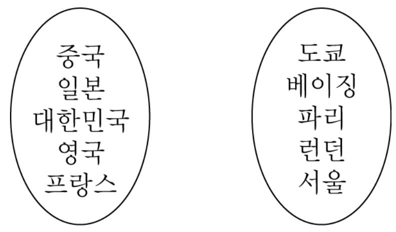
2. 다음은 학교수학에 관한 두 가지 입장을 나타낸 것이다. 이에 대한 설명으로 적절하지 <u>않은</u> 것은?

(가) 학생들이 수학을 통하여 현상을 이해하는 안목을 기를 수 있게 하기 위해서는 학생들에게 수학의 구조를 가르쳐야 한다. 이때, 수학의 구조를 가르친다는 것은 학생들이 수학자와 본질적으로 동일한 일을 하게 하는 것으로, 어떤 수준의 학생에게도 그 본질은 적절한 형태로 제공될 수 있다.
(나) 수학의 구조를 가르친다는 명분으로 완성된 형식적 수학을 구체적으로 번역하여 학생들에게 제공하려는 하향식 구성은 반교수학적인 전도이며, 학생들 스스로 발전적인 조작의 가능성을 갖지 못하는 지식을 제공하는 데 그칠 우려가 있다.

① ‘새 수학(New Math)’ 운동은 (가)와 같은 관점에서 출발하였다.
② (가)에서 어떤 수준의 학생에게도 수학자가 하는 일과 본질적으로 같은 것을 제공할 수 있다는 생각은 브루너(J. Bruner)의 EIS 이론으로 뒷받침된다.
③ (가)의 입장을 따른다면 수학사의 대역적인 학습 과정을 단축된 형태로 재현하는 방식의 지도가 바람직하다.
④ (나)의 입장에서 (가)에 대한 대안은 현상을 정리, 조직하는 수단으로서 수학을 학습하게 해야 한다는 것이다.
⑤ (나)의 입장을 따른다면 알고리즘, 사고패턴 및 문제 해결 전략 등의 수학적 사고를 재발명에 의해 학습하는 것이 바람직하다.

3. 다음은 함수 개념을 도입할 때 사용할 수 있는 예이다. 이에 대한 설명으로 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?

(가) 매분 2km의 속력으로 직선 운동 하는 기차가 P지점을 지난 지 x분 후에 P지점으로부터 $y$km 떨어진 지점을 지난다. x, y 사이의 관계를 표로 나타내어라.
(나) 넓이가 12cm^2인 직사각형의 가로의 길이가 $x$cm이면 세로의 길이는 $y$cm이다. x, y 사이의 관계를 식으로 나타내어라.
(다) 다음 그림에서 각 나라와 그 나라의 수도를 연결하여라.



<보 기>

ㄱ. 역사 발생적 원리에 따라 함수 개념을 지도한다면 (가)와 (나)로부터 출발하여 (다)로 나아가는 것이 바람직하다.
ㄴ. 집합론을 토대로 한 현대 수학에서는 함수 개념을 (가)와 (나)가 아니라 (다)와 같은 맥락으로 설명한다.
ㄷ. 2007년 개정 수학과 교육과정에서는 비례 관계를 초등학교에서 지도하게 하고, 중학교에서는 (다)와 같은 맥락만으로 함수 개념을 도입하게 하였다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

한국교육과정평가원

4. 다음은 대수 학습에서 어려움을 겪고 있는 중학생의 사례이다. 이에 대한 설명으로 적절한 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?

> (가영) $a=3,\ b=4$일 때 $2ab$의 값을 234라고 썼다.
> (나현) $S=\{1, 2, 3\}$일 때 집합 $\{a+b \mid a, b \in S\}$를 $\{3, 4, 5\}$라고 썼다.
> (다은) a는 양수이고 $-a$는 음수라고 생각한다.

<보 기>

ㄱ. 스켐프(R. Skemp)에 따르면 가영이는 수와 연산에 관한 스키마를 가지고 있지 않다.
ㄴ. 나현이의 오류는 a와 b가 서로 다른 수를 나타낸다고 생각하는 문자에 대한 잘못된 이해로 해석될 수 있다.
ㄷ. 다은이는 문자가 나타내는 대상을 제한된 범위에서만 생각하는 것으로 볼 수 있다.
ㄹ. 갈등상황을 제공하는 것은 나현이와 다은이가 산술적 사고에서 대수적 사고로 이행하는 데 방해가 된다.

① ㄱ, ㄹ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄱ, ㄴ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

5. 박 교사는 확률과 통계 단원에서 조합의 개념을 도입하는 수업을 한 후 다음과 같이 수업 일지를 썼다.

도입	5명씩 이루어진 각 모둠에서 2명을 대표로 뽑는 방법이 몇 가지인지 모둠별로 알아보라고 하였는데, A 모둠에서는 가위바위보를 하자, 제비뽑기를 하자는 등 의견이 분분하였고, B 모둠에서는 각 경우를 수형도로 나타낼 것인지, 표로 나타낼 것인지 결정하느라 많은 시간을 소비하였다.
전개	도입에서 너무나 많은 시간을 소비하여 ${}_nC_r$의 정의를 곧바로 제시한 후 ……. (이하 생략)

도입부에 나타나는 교수학적 현상과 관련된 설명으로 적절하지 않은 것은?

① 이러한 현상은 수학적 지식의 개인화, 배경화 과정을 간과함으로써 일어난다.
② 이와 같은 현상을 메타-인지적 이동(meta-cognitive shift)이라고 부른다.
③ 문제해결 지도에서 발견술 자체가 지도 목적이 되는 것도 유사한 현상으로 이해할 수 있다.
④ 학생들의 활동을 강조하는 수업에서는 활동의 규약을 많이 만들수록 이와 같은 문제가 발생하기 쉽다.
⑤ 도입부와 같은 활동 없이 곧바로 전개 부분부터 수업이 시작된다면 형식적 고착이 일어날 가능성이 높다.

6. 다음은 수학에서 정의를 확장하거나 정리를 일반화할 때 고려되는 어떤 원리를 설명한 것이다.

> 기존의 수 체계에서 인정된 성질이 유지되도록 수 체계를 확장하고 연산과 관계를 확장하듯이, 어떤 대수적 또는 기하적 구조를 확장할 때에는 기존의 체계가 가지고 있는 기본적인 성질이 유지되도록 하면서 그 구조를 확장해야 한다.

학교수학에서 설명되는 다음 사례 중 위의 원리와 가장 거리가 먼 것은? [2.5점]

① 중학교에서 한 점으로부터 같은 거리에 있는 점들로 정의되었던 원이 고등학교에서는 좌표평면 위에서 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$으로 정의된다.
② 중학교에서 $a^n=a\times a\times\cdots\times a$로 자연수 n에 대해서만 정의되었던 지수가 고등학교에서는 지수법칙 $a^{m+n}=a^m a^n$에 의해 정수 지수도 정의된다.
③ 중학교에서 직각삼각형의 변의 길이의 비로 정의되었던 삼각비가 고등학교에서는 좌표를 이용하여 둔각이나 음의 각에 대해서도 정의되는 삼각함수로 설명된다.
④ 음수 -2와 -3이 각각 $(-2)+2=0$과 $(-3)+3=0$을 뜻하는 자연수의 덧셈에 대한 역원으로 정의되면, 교환법칙과 결합법칙에 의해 $(-2)+(-3)$은 $-(2+3)$을 의미하도록 정의하는 것이 자연스럽다.
⑤ 음수가 도입되기 전에는 $x+y=3$의 그래프를 1사분면의 선분으로만 그릴 수 있지만, 음수가 도입되고 나면 그 그래프를 자연스럽게 직선으로 그릴 수 있다.

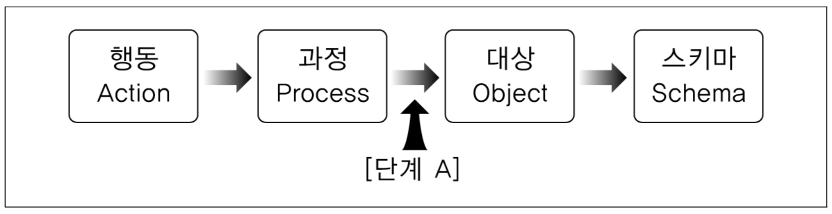
7. 연결주의(connectionism)에 입각한 손다이크(E. L. Thorndike)의 관점에서 수학 학습-지도를 설명한 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 계산이 부정확하다는 것은 관련 본드(bond)가 약하다는 것을 의미한다.
ㄴ. 계산의 기초적인 학습은 연역적인 설명보다는 귀납적인 확인을 통해 이루어지는 것이 효과적이다.
ㄷ. 추론적 사고는 연습의 법칙으로 설명될 수 없으므로 훈련을 통하여 얻을 수 없다.
ㄹ. 수 개념은 양의 측정 활동을 통해 구성되므로 사칙연산도 지속적으로 측정 활동과 관련지어 다루는 것이 바람직하다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄹ
④ ㄱ, ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

8. 어떤 수학적 개념이 구성되기 위해서는 그림과 같이 구체적인 '행동'이 정신적인 '과정'이 되고, 그 '과정'이 하나의 '대상'으로 인식된 후 구조화되어 '스키마'가 되는 단계를 거치게 된다.



다음 사례 중 그림에서 지시하는 [단계 A]와 가장 거리가 먼 것은?

① 자연수를 끝없이 셀 수 있다는 가능적 무한(potential infinity)의 개념에서 완결된 무한, 즉 현실적 무한(actual infinity)을 인식하는 데 이르게 되었다.
② 점화식 $a_{n+1} = 2a_n + 1$로 정의된 수열의 첫 번째 항이 1로 주어진 것으로부터 그다음의 3개 항이 3, 7, 15임을 알게 되었다.
③ 삼각형과 삼각형이 아닌 것을 구별하던 아동이 삼각형의 성질에 관심을 가지게 되었다.
④ '$2+3=5$'를 '2와 3을 더한 결과가 5'라고 생각하는 것을 넘어서 '$2+3$'과 '5'가 동등한 의미를 가지는 것으로 생각하게 되었다.
⑤ 실수의 집합에서 두 실수를 대응시키는 함수를 다루다가 함수를 원소로 하는 새로운 집합을 생각하게 되었다.

9. 다음은 문제해결에 어려움을 겪는 학생들의 이야기이다. 이에 대한 설명으로 적절하지 않은 것은?

(가) 나는 개념과 원리를 제대로 이해하고 있는 것 같은데, 막상 문제를 풀 때는 아무 생각이 안 나고 내가 아는 어떤 내용을 적용해야 할 지 모르겠어.
(나) 나는 문제를 풀 때, 전에 풀었던 비슷한 문제가 생각나지 않으면 어떻게 그 문제에 접근해야 할 지 모르겠어.
(다) 나는 3분가량 지나도 문제가 풀리지 않으면 그 문제를 포기하게 돼.
(라) 나는 수업 시간에 풀어 보았던 문제인데도 약간만 수가 변형되어 나오면 못 풀겠다니까.
(마) 나는 계산하는 데 시간이 너무 많이 걸려서 문제를 끝까지 못 푸는 경우가 많다는 게 문제야.

① 쇤펠드(A. H. Schoenfeld)에 따르면 (가)와 같은 학생은 문제해결과 관련된 요인 중 '통제력(control)'이 부족하다고 할 수 있다.
② (나)와 같은 학생은 문제해결에 필요한 알고리즘이나 법칙에 대한 지식이 부족하다.
③ (다)의 사례는 수학이나 문제해결에 대한 가치관이나 선입견이 문제해결에 영향을 미친다는 것을 보여 준다.
④ (라)와 같은 학생에게는 문제 제기(problem posing) 활동이 유용할 수 있다.
⑤ (마)와 같은 학생에게 문제해결의 경험을 제공하기 위해서 계산기를 보조 수단으로 활용할 수 있다.

10. 다음 수업 상황에 포함되어 있는 사고 방법을 <보기>에서 모두 고른 것은? [1.5점]

교 사 : 오늘은 수학자들이 오랫동안 도전하고 있는 문제를 소개하려 합니다. 다음을 보고, 추측할 수 있는 사실을 말해 봅시다.

$6=3+3$	$8=3+5$	$10=3+7$	$20=3+17$
$36=5+31$	$48=11+37$	$66=19+47$	$72=31+41$

학생 A : 좌변에 있는 수는 모두 짝수입니다.
교 사 : 좋아요. 그럼 우변에 있는 수들은요?
학생 B : 짝수는 모두 홀수 두 개의 합으로 나타낼 수 있다는 건가요?
학생 C : 그건 너무 당연하지 않아요? 그 정도가 아닌 것 같은데요.
학생 A : 아하, 우변에 있는 수들은 모두 소수이군요!
학생 B : 짝수는 모두 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다는 겁니까?
학생 A : 그런데 2의 경우는 짝수이지만 두 소수의 합으로 나타낼 수는 없어요.
학생 C : 그렇다면 2보다 큰 짝수는 모두 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다……?
교 사 : 그래요. 학생 C가 말한 것을 '골드바흐(Goldbach)의 추측'이라고 하는데, 아직까지 아무도 증명하지는 못했어요.

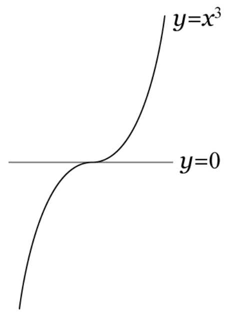
<보 기>

ㄱ. 유비 추론　ㄴ. 귀납 추론　ㄷ. 분석법
ㄹ. 일반화　ㅁ. 반례 들기

① ㄱ, ㄴ, ㄷ　② ㄱ, ㄴ, ㅁ　③ ㄴ, ㄷ, ㄹ
④ ㄴ, ㄹ, ㅁ　⑤ ㄷ, ㄹ, ㅁ

11. 다음은 수학 학습 과정에서 학생들이 갖는 오개념의 사례이다.

- 아무 것도 없는 것을 5명에게 나누어준다는 것은 불가능하므로 $0\div5$는 불능이다.
- 순환소수 $0.999\cdots$ 는 1이 아니라 1에 한없이 가까워지는 수이다.
- 곡선의 접선은 그 곡선을 스치고 지나가야 하므로 다음 그림의 직선은 접선이 아니다.



위와 같은 유형의 오개념과 관련한 설명으로 적절한 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 일상적인 언어, 과도한 일반화, 은유 등의 영향으로 이러한 오개념이 발생한다.
ㄴ. 이러한 오개념을 극복하는 학습으로부터 형성된 신념을 바탕으로 학생들은 이차 직관을 형성한다.
ㄷ. 이러한 오개념을 극복하기 위해서는 구체적인 활동을 통해 직관적으로 지도하는 교수학적 노력이 필요하다.

① ㄴ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

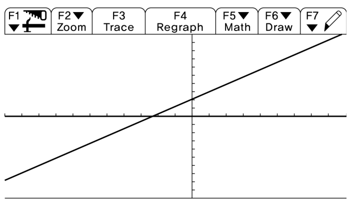
12. 다음 수업 상황에 관한 설명으로 가장 적절한 것은? [2.5점]

교 사 : 이번 시간에는 유리함수 $f(x)=\dfrac{x^2+x+2}{x-1}$의 그래프를 그려 보겠습니다. 먼저 이 그래프의 특징에 대해 알 수 있는 것을 자유롭게 이야기해 봅시다.

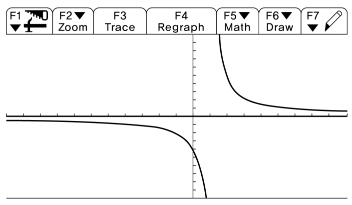
학생 A : $f(x)=\dfrac{x^2+x+2}{x-1}=x+2+\dfrac{4}{x-1}$이므로 이 그래프는 직선 $y=x+2$와 쌍곡선 $y=\dfrac{4}{x-1}$를 각각 그린 후 y 값을 더해서 그릴 수 있지 않을까요?

학생 B : $f(x)=\dfrac{x^2+x+2}{x-1}=x+2+\dfrac{4}{x-1}$이므로 이 그래프는 $x\to\pm\infty$일 때 직선 $y=x+2$와 비슷해질 것 같습니다.

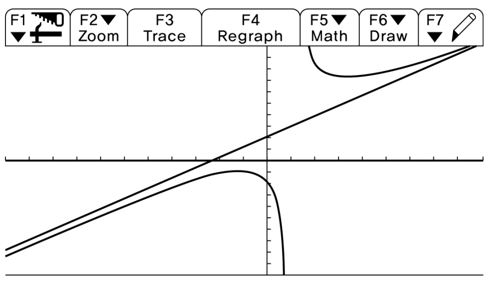
교 사 : 그러면 그래프 계산기로 직선 $y=x+2$와 쌍곡선 $y=\dfrac{4}{x-1}$를 각각 그린 후 두 함수를 더해 보면서 여러분이 생각했던 것을 확인해 봅시다.



$y=x+2$의 그래프



$y=\dfrac{4}{x-1}$의 그래프



$y=\dfrac{x^2+x+2}{x-1}$의 그래프

교 사 : 다음 시간에는 도함수를 이용하여 이 그래프의 개형을 그려 보겠습니다.

① 한 점의 근방에서 그래프의 변화를 관찰하는 국소적 접근과 함수의 정의역 전체에서 그래프를 해석하는 전체적 접근을 통합하여 함수의 그래프를 지도하고 있다.
② 그래프 표현과 대수식 표현 사이의 번역 활동을 통하여 이와 유사한 문제의 해결에서 유리함수의 개념을 유연하게 활용할 수 있도록 지도하고 있다.
③ 그래프 계산기를 사용하여 직선, 쌍곡선을 비롯한 여러 가지 그래프를 구체적으로 그려 보고 있으므로 이 수업은 '수학적 다양성의 원리'를 적용한 것이다.
④ 대수식의 시각화를 통하여 유리함수와 관련된 추측이 참임을 확인하는 경험적 정당화 활동을 하고 있다.
⑤ 그래프 표현과 대수식 표현 사이의 연계성을 통하여 학생들에게 대수식 조작의 의미를 반성하도록 하고 있다.

13. 다음은 김 교사가 삼각함수 단원을 수업한 후 수행평가를 위하여 만든 과제이다. 이 과제로 평가할 수 있는 항목으로 가장 거리가 <u>먼</u> 것은? [1.5점]

1. 우리 도시의 지난 2년간 월평균 온도를 조사하시오.
2. x축을 월, y축을 월평균 온도($^\circ$C)로 하고, 이 자료를 순서쌍 (x, y)로 하여 좌표평면 위에 나타내시오.
3. 이 점들이 나타낼 수 있는 적당한 삼각함수를 찾는 과정을 자세히 기록하시오.
4. 내년 우리 도시의 월별 온도를 예측하시오.

① 주기함수에 대한 이해를 바탕으로 하여 과제를 논리적으로 해결하는 과정을 평가할 수 있다.
② 자연현상을 수학적 모델링을 통하여 이해하고 분석하는 능력을 평가할 수 있다.
③ 문제 해결에 필요한 식, 그래프, 기호의 정확한 사용 능력을 평가할 수 있다.
④ 주어진 문제 상황에 수학적 개념과 원리를 적용하는 능력을 평가할 수 있다.
⑤ 수학의 유용성과 수학적 활동의 가치에 대한 신념을 평가할 수 있다.

14. 다음 교사들의 의도에 적합한 평가 방법이 가장 알맞게 연결된 것은?

(가) 학생들이 미분과 적분 단원을 학습하는 동안 수학적 이해가 발달하는 과정을 전체적으로 평가하고 싶습니다. 또, 학생 스스로의 반성적인 자기 평가도 이루어지면 더 좋겠습니다.
(나) 수학 공부를 아주 열심히 하는데 성적은 항상 낮은 학생이 있습니다. 이 학생의 메타-인지적인 능력을 평가할 필요가 있다고 생각합니다.
(다) 스스로 문제를 찾고, 이를 해결하기 위해 자신의 추론 능력이나 알고리즘을 사용하는 능력, 자신의 아이디어를 다른 사람에게 전달하는 능력을 평가하고 싶습니다.

	(가)	(나)	(다)
①	관찰과 면담	수학저널 쓰기	포트폴리오
②	포트폴리오	관찰과 면담	프로젝트
③	포트폴리오	프로젝트	수학저널 쓰기
④	프로젝트	관찰과 면담	포트폴리오
⑤	수학저널 쓰기	포트폴리오	프로젝트

15. 각 성분이 실수인 4×4 행렬 A의 고윳값(eigenvalue)이 $1,\ -1,\ 2,\ 4$일 때, 행렬 A의 특징으로 항상 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [1.5점]

<보 기>

ㄱ. A의 행렬식(determinant)은 -8이다.
ㄴ. A의 자취(trace)는 6이다.
ㄷ. A는 대칭행렬(symmetric matrix)이다.
ㄹ. A의 계수(rank)는 4이다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄷ, ㄹ
④ ㄱ, ㄴ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

16. 유한차원 내적공간 V의 부분공간 $W(W\neq V)$에 대하여 선형사상 P를 V에서 W로의 정사영(orthogonal projection)이라 하자. P에 관한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\mathrm{Im}(P)=W$이다.
② $\mathrm{Ker}(P)\cap W=\{0\}$이다.
③ 임의의 $w\in W$에 대하여 $P(w)=w$이다.
④ 임의의 $v\in V$에 대하여 $P(P(v))=P(v)$이다.
⑤ P를 나타내는 행렬은 가역행렬이다.

17. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 정수 a, b가 서로소이기 위한 필요충분조건은 적당한 정수 s, t에 대하여 $as+bt=1$이 성립하는 것이다.
ㄴ. 양의 정수 m과 n에 대하여, 2^m-1과 2^n-1이 서로소이기 위한 필요충분조건은 m과 n이 서로소인 것이다.
ㄷ. 양의 정수가 25진법으로 표현될 때 3자리 수이기 위한 필요충분조건은 5진법으로 표현될 때 6자리 수인 것이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

18. 원시근(primitive root)과 관련된 <보기>의 명제 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 19는 원시근을 갖는다.
ㄴ. 3은 8의 원시근이다.
ㄷ. 1보다 큰 정수 m의 원시근 g와 양의 정수 $i,\ j$에 대하여, $g^i\equiv g^j \pmod{m}$이면 $i\equiv j \pmod{\varphi(m)}$이다.
(단, $\varphi(m)$은 $1, 2, \cdots, m$ 중 m과 서로소인 수의 개수이다.)

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 군에 대한 <보기>의 명제 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 위수가 8인 군은 아벨군(가환군)이다.
ㄴ. 부분군의 개수가 유한인 군은 유한군이다.
ㄷ. 위수가 27인 아벨군 중에서 동형이 아닌 것의 종류는 3가지이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. $\mathbb{Z}$가 정수환이고, $\mathbb{Z}[x]$는 $\mathbb{Z}$ 위의 다항식환이며, $\mathbb{Z}[i] = \{a+bi \mid a, b \in \mathbb{Z},\ i^2 = -1\}$는 복소수체의 부분환이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\mathbb{Z}$는 $\mathbb{Z}[x]$의 부분환이다.
② $\mathbb{Z}[x]$와 $\mathbb{Z}[i]$는 서로 환동형이다.
③ $\mathbb{Z}[x]$는 유일인수분해 정역(unique factorization domain)이다.
④ $\mathbb{Z}$의 분수체(field of quotients)는 유리수체 $\mathbb{Q}$와 동형이다.
⑤ $\mathbb{Z}[x]$의 원소 중 곱셈에 대한 역원을 갖는 것은 ± 1뿐이다.

21. E는 체 F의 확대체이고, $F[x]$는 F 위의 다항식환이다. $\alpha \in E$가 F 위에서 대수적(algebraic)일 때, 함수 $\phi_\alpha : F[x] \to E$는 $f(x) \in F[x]$에 대하여 $\phi_\alpha(f(x)) = f(\alpha)$로 정의된 환준동형사상이다. <보기>에서 항상 성립하는 것을 모두 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $\mathrm{Ker}(\phi_\alpha) \neq \{0\}$
ㄴ. $F[x]/\mathrm{Ker}(\phi_\alpha)$와 E는 서로 환동형이다.
ㄷ. $\mathrm{Ker}(\phi_\alpha)$는 $F[x]$의 소 아이디얼(prime ideal)이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. 체 K가 체 F 위의 확대체이고 $\mathrm{Aut}(K)$를 K에서 K로의 자기동형사상(automorphism) 전체의 집합이라 할 때, $\mathrm{Aut}(K)$의 부분군 $G(K/F)$를

$$G(K/F) = \{\sigma \in \mathrm{Aut}(K) \mid \text{모든 } a \in F\text{에 대하여 } \sigma(a) = a\}$$

로 정의하자.

체 K가 체 $\mathbb{Z}_3 = \{0, 1, 2\}$ 위의 차수(degree) 6인 유한확대체일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [2.5점]

<보 기>

ㄱ. 체 K는 $\mathbb{Z}_3$ 위의 분해체(splitting field)이다.
ㄴ. 체 K는 $\mathbb{Z}_3$ 위의 분리확대체(separable extension field)이다.
ㄷ. $\mathbb{Z}_3$와 K 사이에는 $G(K/E)$의 위수가 2가 되는 체 E가 3개 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

23. <보기>에 주어진 x_n을 일반항으로 하는 실수열 중 수렴하는 수열을 모두 고른 것은? [1.5점]

<보 기>

ㄱ. $x_n=(n+1)^{\frac{1}{\log(n+1)}}$

ㄴ. $x_n=\dfrac{(n+1)^n}{n!}$

ㄷ. $x_n=\dfrac{1+na}{(1+a)^n}$ (단, a는 양의 실수)

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

24. 닫힌 구간(폐구간) $[-1,1]$에서 정의된 실함수 f,g,h에 대한 설명으로 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?

<보 기>

유리수 전체의 집합을 $\mathbb{Q}$라 할 때,

ㄱ. 연속함수 f가 모든 $q\in[-1,1]\cap\mathbb{Q}$에 대하여 $f(q)=1$이면 f는 항등적으로 1이다.

ㄴ. 함수 g가 연속이고 $[-1,1]$의 부분집합 S가 닫힌 집합(폐집합)이면 $g(S)$는 닫힌 집합이다.

ㄷ. $h(x)=\begin{cases} x^2, & x\in[-1,1]\cap\mathbb{Q} \\ x\sin\dfrac{1}{x}, & x\in[-1,1]-\mathbb{Q}\end{cases}$ 로 정의된 함수 h는 $x=0$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

25. 실수 전체의 집합을 $\mathbb{R}$라 하자. 다음 정리의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?

<정 리>

함수 $f:[a,b]\to\mathbb{R}$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 미분가능하고 $f'(a)>f'(b)$이면, $f'(a)>k>f'(b)$인 실수 k에 대하여 $f'(c)=k$를 만족시키는 점 $c\in(a,b)$가 존재한다.

◇ 참고 : f가 열린 구간 (a,b)에서 미분가능하고 a에서의 우미분계수와 b에서의 좌미분계수가 존재할 때 '$f:[a,b]\to\mathbb{R}$가 $[a,b]$에서 미분가능하다'라고 한다.

<증 명>

함수 $g:[a,b]\to\mathbb{R}$를 $g(x)=f(x)-kx$로 정의하면, g는 연속이므로 어떤 점 $c\in[a,b]$에서 $\boxed{\text{(가)}}$을 갖는다. 그런데 $\boxed{\text{(나)}}$이(하)므로 $g(x_1)>g(a)$와 $g(x_2)>g(b)$를 각각 만족시키는 점 $x_1,x_2\in(a,b)$가 존재하게 되어 a와 b에서 g는 $\boxed{\text{(가)}}$을 가질 수 없다. 따라서 g는 점 $c\in(a,b)$에서 $\boxed{\text{(가)}}$을 갖고 $\boxed{\text{(다)}}$이(하)므로, $g'(c)=0$이다. 그러므로 $f'(c)=k$를 만족시키는 점 $c\in(a,b)$가 존재한다.

	(가)	(나)	(다)
①	최솟값	g가 감소	g'이 연속
②	최댓값	$g'(a)>0$이고 $g'(b)<0$	g가 미분가능
③	최댓값	g가 증가	g가 미분가능
④	극댓값	$g'(a)>0$이고 $g'(b)<0$	g'이 연속
⑤	최솟값	$g'(a)>0$이고 $g'(b)<0$	g가 미분가능

26. 닫힌 구간 $[a, b]$에서 정의된 실함수 f, g에 대한 설명으로 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. 임의의 $x, y \in [a, b]$에 대하여 $|f(x)-f(y)| \le |x-y|^{\frac{1}{2}}$ 을 만족하면, f는 $[a, b]$에서 리만적분가능하다.

ㄴ. $[a, b]$에서 리만적분가능한 함수의 불연속점은 기껏해야 유한개이다.

ㄷ. g^2이 $[a, b]$에서 리만적분가능하면 g도 $[a, b]$에서 리만적분가능하다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

27. 실수 전체의 집합을 $\mathbb{R}$라 하자. 자연수 n에 대하여 $f_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$와 $g_n : \mathbb{R} - \{0\} \to \mathbb{R}$를 각각

$$f_n(x) = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{x^2+k^3}, \quad g_n(x) = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2 x}$$

로 정의할 때, 함수열 $\{f_n\}$과 $\{g_n\}$에 대한 설명으로 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [2.5점]

<보 기>

ㄱ. $\{f_n\}$은 균등수렴(평등수렴, uniform convergence)한다.

ㄴ. $\{f_n\}$의 극한함수는 연속이다.

ㄷ. $\{g_n\}$은 균등수렴한다.

ㄹ. $\{g_n\}$의 극한함수는 연속이다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄷ, ㄹ ③ ㄱ, ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄴ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

28. 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=4$ 위를 반시계방향으로 한 바퀴 도는 곡선을 C라 할 때, 다음 선적분의 값은?

$$\int_C (3+yx^2)\,dx + (2-xy^2)\,dy$$

① 4π ② -4π ③ $-\frac{16\pi}{3}$
④ $\frac{16\pi}{3}$ ⑤ -8π

29. 복소수 전체의 집합 $\mathbb{C}$에서 $\mathbb{C}$로의 정함수(entire function) f가 모든 $z \in \mathbb{C}$에 대하여 두 조건

$$|f(z)| \le 2|ze^z|, \quad f'(1) = 1$$

을 만족시킬 때, $f(1)$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ e ⑤ $2e$

30. 집합 X에서 X로의 함수 f를 $f(t)=\begin{cases} t\cos\dfrac{1}{t}, & t\neq 0 \\ 0, & t=0 \end{cases}$

으로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?
(단, $\mathbb{R}$는 실수 전체의 집합이고 $\mathbb{C}$는 복소수 전체의 집합이다.)

<보 기>

ㄱ. $X=\mathbb{R}$일 때 f는 $t=0$에서 연속이다.

ㄴ. $X=\mathbb{C}$일 때 f는 $t=0$에서 연속이다.

ㄷ. $X=\mathbb{C}$일 때 $f(t)=\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\dfrac{t^{1-2n}}{(2n)!}$ 은 모든 $t\in\mathbb{C}-\{0\}$에 대하여 성립한다.

ㄹ. $X=\mathbb{C}$일 때 $\int_{|t|=1} f(t)\,dt=2\pi i$ 이다.

① ㄱ, ㄷ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄴ, ㄹ
④ ㄱ, ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

31. 두 확률변수 X와 Y는 독립이고, 각각 다음과 같은 확률밀도 함수(probability density function)를 동일하게 갖는다.

$$f(t)=\begin{cases} 2t, & 0\le t\le 1 \\ 0, & \text{그 외의 } t \end{cases}$$

이때, Y가 X와 X^2 사이의 값이 될 확률은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{7}$

32. 1, 2, 3, 4 의 숫자가 중복되지 않게 한 개씩 각 면에 새겨져 있는 사각연필이 있다. 이 사각연필을 굴렸을 때 각 면이 나올 확률이 같다고 하자.

이 사각연필을 80번 굴렸을 때 윗면에 나온 수의 합이 216 이상일 확률을 x라 할 때, 표준정규분포함수 $\Phi(z)$를 이용하여 x를 가장 가깝게 나타낸 것은?
(단, '표준정규분포함수'는 Z가 표준정규확률변수일 때 확률 $\Phi(z)=\mathrm{P}(Z\le z)$로 정의된다.)

① $1-\Phi(0.2)$ ② $\Phi(0.2)$ ③ $1-\Phi(0.9)$
④ $\Phi(0.9)$ ⑤ $1-\Phi(1.6)$

33. A고등학교에는 체조 선수가 5명이 있다. 어떤 체조 선수권 대회에 출전하기 위해서는 학교에서 실시하는 두 번의 자격 테스트를 통과해야 하는데, 1차 테스트를 통과한 사람만이 2차 테스트에 도전할 수 있다고 한다.

1차, 2차 테스트를 통과한 선수들의 집합을 각각 S, T라고 할 때, 두 집합 S, T가 구성될 수 있는 방법의 수는?
(단, 각 테스트에 통과한 선수가 한 명도 없을 수 있다.)

① 2^5 ② $6\cdot 2^5$ ③ 3^5
④ $10\cdot 2^5$ ⑤ 4^5

34. 사각형 R의 내부에 7개의 점이 찍혀있다. 사각형 R의 4개의 꼭짓점을 포함한 11개의 점들 중에서 두 점씩 적당히 선택하여 두 점을 양 끝점으로 하는 선분을 그리되, 어떤 두 선분도 교차되지 않게 하면서 사각형 R를 삼각형과 사각형만으로 분할하였다.
각 점의 차수(degree)가 4일 때, 분할의 결과로 생긴 삼각형의 개수는? (단, 사각형 R의 4개의 변도 선분으로 생각한다.)

<도움말>
- 선분(변, edge)은 곧은 선 또는 구부러진 선을 모두 의미한다.
- 삼(사)각형이란 세(네) 개의 점과 세(네) 개의 선분으로 둘러싸인 도형을 말한다.
- ‘사각형 R를 분할한다’라는 것은 사각형 R를 내부가 겹치지 않는 다각형들로 빈틈없이 채운다는 것이다.

① 7　② 8　③ 9　④ 10　⑤ 11

35. 실수 전체의 집합을 $\mathbb{R}$라 하자. 3차원 유클리드 공간에 놓인 정칙곡선 $\boldsymbol{\alpha}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$에 대하여 곡선 $\boldsymbol{\beta}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$을 $\boldsymbol{\beta}(t) = 2\boldsymbol{\alpha}(-2t)$로 정의하자. $t=0$일 때 $\boldsymbol{\alpha}$의 비틀림(열률, torsion)을 $\tau(0)$이라 하면, $t=0$일 때 $\boldsymbol{\beta}$의 비틀림은?
(단, 모든 점에서 $\boldsymbol{\alpha}$의 곡률과 비틀림은 모두 양수이다.)

① $\frac{1}{2}\tau(0)$　② $-\frac{1}{2}\tau(0)$　③ $-2\tau(0)$
④ $\tau(0)$　⑤ $-\tau(0)$

36. 다음은 3차원 유클리드 공간에 놓인 곡면
$M: \mathbf{x}(u,v) = (u,\, v,\, u^3+2v),\ \ -\infty < u < \infty,\ -\infty < v < \infty$
위의 측지삼각형(geodesic triangle)의 내각의 합을 구하는 과정이다. (가), (나), (다), (라)에 알맞은 것은?

곡면 M은 yz 평면 위의 직선 $l_o: x=0,\ z=2y$를 xz 평면 위의 곡선 $C: y=0,$ $\boxed{\text{(가)}}$을 따라 평행이동시킴으로써 얻어진다. 곡면 M의 각 점 $\mathbf{p}$에 대하여 $\mathbf{p}$를 지나면서 l_o와 평행인 직선을 단위속력을 갖도록 매개화한 곡선을 $\boldsymbol{l}_{\mathbf{p}} = \boldsymbol{l}_{\mathbf{p}}(t)$라 하면, $\boldsymbol{l}_{\mathbf{p}}$는 M의 점근곡선이고, 동시에 $\boxed{\text{(나)}}$이 된다. 따라서 모든 점에서 M의 가우스곡률(Gaussian curvature) K는 $\boxed{\text{(다)}}$를 만족한다.
곡면 M의 임의의 측지삼각형 $\triangle$에 대하여 가우스-보네(Gauss-Bonnet)의 공식을 적용하면

$$\iint_{\triangle} K\,dA = (\triangle\text{의 내각의 합}) - \pi$$

이므로, 곡면 M의 모든 측지삼각형의 내각의 합은 $\boxed{\text{(라)}}$.

<도움말>
- 점근곡선(asymptotic curve) : 곡선 위의 각 점에서 접선 방향의 법곡률(normal curvature)이 0이 되는 곡면 위의 정칙곡선
- 주요곡선(principal curve) : 곡선 위의 각 점에서 접선 방향의 법곡률이 주요곡률(principal curvature)이 되는 곡면 위의 정칙곡선
- 측지선(geodesic) : 곡선 위의 각 점에서 측지곡률(geodesic curvature)이 0이고, 일정한 속력을 갖는 곡면 위의 정칙곡선

	(가)	(나)	(다)	(라)
①	$z=x^3$	측지선	$K \geq 0$	π보다 크다
②	$z=x^{\frac{1}{3}}$	주요곡선	$K=0$	π이다
③	$z=x^{\frac{1}{3}}$	측지선	$K \leq 0$	π보다 작다
④	$z=x^3$	주요곡선	$K \leq 0$	π보다 작다
⑤	$z=x^3$	주요곡선	$K=0$	π이다

37. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$와 $A = \{2, 4, 6\}$에 대하여

$$R = \{(a, b) \mid a, b \in A\} \cup \{(x, x) \mid x \in X\}$$

라 하자. 임의의 $x \in X$에 대하여 $[x] = \{y \in X \mid (x, y) \in R\}$ 라 할 때, 집합 $X/R = \{[x] \mid x \in X\}$의 원소의 개수는? [1.5점]

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

38. 집합 $X = \{a, b, c, d\}$에 대하여 $(X, \mathfrak{I})$를 위상공간이라 하고, 임의의 $x \in X$에 대하여

$$N(x) = \{V \subseteq X \mid V\text{는 } (X, \mathfrak{I})\text{에서 } x\text{의 근방}\}$$

이라 할 때, 다음이 성립한다고 하자.

$N(a) = \{V \subseteq X \mid \{a, c\} \subseteq V\}$
$N(b) = \{V \subseteq X \mid \{b, c\} \subseteq V\}$
$N(c) = \{V \subseteq X \mid \{c\} \subseteq V\}$
$N(d) = \{X\}$

단, 'V는 $(X, \mathfrak{I})$에서 x의 근방'이란 $x \in U \subseteq V$를 만족시키는 $U \in \mathfrak{I}$가 존재함을 의미한다.

<보기>에서 $\mathfrak{I}$의 원소를 모두 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $\{a, b\}$　ㄴ. $\{a, c\}$　ㄷ. $\{a, b, c\}$　ㄹ. $\{a, c, d\}$

① ㄱ　② ㄴ, ㄷ　③ ㄴ, ㄹ
④ ㄱ, ㄷ, ㄹ　⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

39. 실수 전체의 집합을 $\mathbb{R}$, 유리수 전체의 집합을 $\mathbb{Q}$라 하자. $\mathfrak{I}$를 $\mathbb{R}$ 위의 보통위상(usual topology)이라 하고 $(\mathbb{Q}, \mathfrak{I}_{\mathbb{Q}})$를 $(\mathbb{R}, \mathfrak{I})$의 부분공간이라 하자. 함수 $j : \mathbb{Q} \to \mathbb{R}$를 임의의 $r \in \mathbb{Q}$에 대하여 $j(r) = r$로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [2.5점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $j : (\mathbb{Q}, \mathfrak{I}_{\mathbb{Q}}) \to (\mathbb{R}, \mathfrak{I})$는 연속이다.
ㄴ. A가 $(\mathbb{R}, \mathfrak{I})$의 콤팩트(compact) 부분공간이면 $j^{-1}(A)$는 $(\mathbb{Q}, \mathfrak{I}_{\mathbb{Q}})$의 콤팩트 부분공간이다.
ㄷ. 임의의 위상공간 X와 함수 $f : X \to (\mathbb{Q}, \mathfrak{I}_{\mathbb{Q}})$에 대하여, $j \circ f : X \to (\mathbb{R}, \mathfrak{I})$가 연속이면 $f : X \to (\mathbb{Q}, \mathfrak{I}_{\mathbb{Q}})$가 연속이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

40. 실수 전체의 집합 $\mathbb{R}$ 위에서 위상 $\mathfrak{I}_1$과 $\mathfrak{I}_2$를 다음과 같이 정의하자.

$\mathfrak{I}_1$은 $\{[a, b) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$를 기저(base)로 하는 위상
$\mathfrak{I}_2 = \{\mathbb{R}, \varnothing, \{0, 1\}\}$

위상공간 $(\mathbb{R}, \mathfrak{I}_i)$ $(i = 1, 2)$에서 원소 0을 포함하는 성분(component)을 A_i $(i = 1, 2)$라고 할 때, 옳은 것은?

(단, $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \le x < b\}$이고, 위상공간 X에서 '성분'은 X의 극대 연결 부분공간을 의미한다.)

① $A_1 = \{0\}$, $A_2 = \mathbb{R}$　② $A_1 = \{0\}$, $A_2 = \{0, 1\}$
③ $A_1 = \mathbb{R}$, $A_2 = \mathbb{R}$　④ $A_1 = \mathbb{R}$, $A_2 = \{0, 1\}$
⑤ $A_1 = \mathbb{R}$, $A_2 = \{0\}$

- 수 고 하 셨 습 니 다 -

출 제 : 한국교육과정평가원