2012학년도 중등교사신규임용후보자선정경쟁시험

수 학

2차 시험	1교시	2문항 50점	시험 시간 120분

수험생 유의 사항

1. 문제지(초안 작성 용지 포함)와 답안지의 전체 면 수와 인쇄 상태를 확인하시오. **답안지는 문항당 2쪽(교시당 4쪽), 초안 작성 용지는 교시당 4쪽입니다. 답안은 문항당 2쪽 이내로만 작성하시오.**
2. 답안지 모든 면의 상단에 **컴퓨터용 사인펜을 사용**하여 성명과 수험 번호를 기재하고, 수험 번호, 문항별 답안지 쪽 번호를 해당란에 '●'로 표기하시오. '●'로 표기한 부분을 수정하고자 할 경우에는 반드시 수정 테이프를 사용하시오.

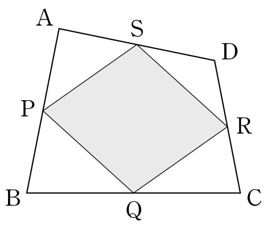
예시	1번 문항, 1번째 답안지 표기		1번 문항, 2번째 답안지 표기	
		쪽 번호 표기란		쪽 번호 표기란
	문항 1 전용 답안지	● ②	**문항 1** 전용 답안지	① ●

3. 답안은 **지워지거나 번지지 않는 동일한 종류의 검정색 펜**을 사용하여 작성하시오**(연필이나 사인펜 종류는 사용할 수 없음.)**.
4. 수학, 과학 과목 등 필요한 경우 답안지 가운데 선을 그어 좌우의 2단으로 나누어 답안을 작성해도 됩니다.
5. 답안지에는 문항 내용을 일절 옮겨 적지 마시오. 단, 하위 문항이 있을 경우, 하위 문항의 번호(1-1, 1-2)를 답안지 앞부분에 쓰고 답안을 작성하시오.
6. 각 문항 답안 작성 후 **마지막 문장 뒤에는 반드시 '끝' 자를 쓰시오**(하위 문항이 있는 경우 각 하위 문항에도 '끝' 자를 쓰시오.).
7. 답안 초안 작성은 문제지의 맨 뒷부분에 있는 초안 작성 용지를 활용하시오.
8. 답안 수정 시 삭제하고자 하는 부분에 두 줄(=)을 그으시오.
9. **다음에 해당하는 답안은 채점하지 않으니 유의하시오.**
   - 문항당 답안지 2쪽을 초과하여 작성한 부분
   - 답안란 이외에(뒷면 등) 작성한 부분
   - 지워지거나 번지는 등 식별이 불가능한 부분
   - 수정 테이프나 수정액을 사용하여 수정한 부분
   - 개인 정보를 노출한 답안지 전체
   - 개인 정보를 암시하는 표시가 있는 답안지 전체
10. 시험 종료 전까지 답안 작성을 완료해야 합니다. 시험 종료 후 답안 작성은 부정 행위로 간주됩니다.
11. **답안을 작성하지 않은 빈 답안지도 성명, 수험 번호, 문항별 답안지 쪽 번호를 기재·표기한 후, 4쪽 모두 제출하시오.**

1. 다음 <수업상황 A>와 <수업상황 B>를 보고 물음에 답하시오. **【30점】**

<수업상황 A>

학생들이 기하 탐구형 소프트웨어를 이용하여, 사각형 ABCD의 변의 길이를 변화시키면서 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형 PQRS의 성질을 탐구하고 있다.



김 교사 : 사각형 PQRS는 어떤 사각형인 것 같아요?
학생 : 평행사변형인 것 같은데요.
김 교사 : 그러면, 사각형 PQRS가 평행사변형이라는 것을 어떻게 보일 수 있을까요?
학생 : 두 변 PQ와 SR, 그리고 PS와 QR가 각각 평행인 것을 보이면 됩니다.
김 교사 : 서로 평행인 것은 어떻게 보일 수 있을까요?
학생 : 잘 모르겠는데요.
김 교사 : 이 문제에서 사용할 수 있는 성질이나 조건에는 어떤 것이 있을까요?
학생 : 중점이요.
학생 : 평행이요.
김 교사 : 중점, 평행하면 생각나는 정리 없어요?
학생 : 삼각형의 중점 연결 정리요.
김 교사 : 좋아요. 그 정리를 이 문제에 이용하려면 어떻게 하면 될까요?
학생 : 삼각형을 만들면 돼요. 점 A와 C를 연결하면 삼각형 ACD를 만들 수 있어요.
김 교사 : 그러면 무엇을 알 수 있지요?
학생 : 중점 연결 정리 때문에 AC와 SR가 평행이에요.
김 교사 : ㉠<u>중점 연결 정리를 적용할 수 있는 삼각형은 삼각형 ACD뿐일까요?</u>
학생 : ㉡<u>삼각형 ABC도 있습니다. 아! 그러면 PQ와 AC도 평행이니까, PQ와 SR도 평행이 돼요. 그리고 선분 BD를 그으면 PS와 QR도 평행이 되어 한꺼번에 증명이 돼요.</u>

(교사가 어떤 문제를 칠판에 제시한다.)

김 교사 : ㉢<u>이제 여러분들이 해 볼 차례입니다. 평소에 선생님이 문제를 해결하는 방식을 따라해 보면서, 이 문제를 스스로 해결해 보세요.</u>

(중략)

학생 : ㉣<u>선생님처럼 해 보니까, 이제 문제를 어떻게 풀어야 하는지 알겠어요.</u>

<수업상황 B>

최 교사 : 삼각형 모양의 종이가 준비되었지요? 한 꼭짓점에서 두 변이 겹치도록 접었다가 펼쳐 보세요. 다른 꼭짓점에서도 똑같이 해 보세요. 접은 두 선이 만나는 점이 있지요?
학생 : 네.
최 교사 : 그 점으로부터 삼각형의 세 변에 이르는 거리를 재어 보세요.

(학생들의 측정 활동이 이어진다.)

최 교사 : 어떤 사실을 추측할 수 있어요?
학생 : 삼각형의 두 내각의 이등분선의 교점으로부터 세 변에 이르는 거리가 같은 것 같습니다.
최 교사 : 그러면, 명제 ㉤<u>'삼각형 ABC의 두 각 A와 B의 이등분선의 교점으로부터 세 변에 이르는 거리가 같다.'</u>를 증명할 수 있을까요?
학생 : 네. 지난 시간에 한 것처럼 하면 될 것 같아요.
최 교사 : 우리가 지난 시간에 어떻게 했지요?
학생 : 분석법을 이용하여, 삼각형 ABC의 두 변 AB와 BC의 수직이등분선의 교점으로부터 각 꼭짓점에 이르는 거리가 같다고 가정하고서 ……(중략)…… 그리고 나서 종합법을 이용하여 정리하니까 증명이 되었어요.
최 교사 : 그래요. 이번에도 비슷하게 한번 해 볼까요?
학생 : 네.
최 교사 : 그럼, 삼각형 ABC의 두 각 A와 B의 이등분선의 교점으로부터 삼각형의 각 변에 이르는 거리가 같다고 가정하고 시작해 봅시다.

1-1. <수업상황 A>에서 ㉠과 ㉡에 나타난 수준의 변화 과정과 ㉢과 ㉣에 나타난 교수·학습 방법의 특성을 비고츠키(L. Vygotsky)의 학습심리학의 관점에서 각각 구체적으로 설명하시오. **[10점]**

1-2. 2007년 개정 수학과 교육과정의 교수·학습 방법에서 수학적 사고와 추론 능력을 발전시키기 위하여 권고한 유의사항에 근거하여, <수업상황 A>와 <수업상황 B>에 공통으로 나타난 수업의 특징을 구체적으로 설명하시오.

그리고 <수업상황 B>에서 명제 ㉤의 증명에 분석법과 종합법을 적용하는 과정을 구체적으로 제시하고, 명제를 증명할 때 분석법과 종합법을 함께 이용하는 활동의 수학교육적 의의를 설명하시오. **[20점]**

2. 아래의 명제는 함수의 극소, 곡선의 볼록, 급수의 수렴에 대한 성질을 나타낸다. 테일러(Taylor) 정리를 이용하여 명제 (Ⅰ), (Ⅱ), (Ⅲ)이 참임을 각각 증명하시오. **【20점】**

> 실수 전체의 집합을 $\mathbb{R}$라 하고, (a, b)를 $\mathbb{R}$의 열린 구간이라 하자.
>
> (Ⅰ) 함수 $f:(a, b) \to \mathbb{R}$가 (a, b)에서 C^4급 함수이고 $c \in (a, b)$에 대하여
> $f'(c) = f''(c) = f^{(3)}(c) = 0,\ f^{(4)}(c) > 0$이면,
> f는 $x = c$에서 극솟값(local minimum)을 갖는다.
>
> (Ⅱ) 함수 $f:(a, b) \to \mathbb{R}$가 (a, b)에서 2계도함수를 갖고 모든 $x \in (a, b)$에 대하여 $f''(x) \ge 0$이면,
> f는 (a, b)에서 볼록함수(convex function)이다.
>
> (Ⅲ) 함수 $f:(a, b) \to \mathbb{R}$가 (a, b)에서 C^{∞}급 함수이고 $c \in (a, b)$라 하자. 임의의 자연수 k에 대하여 모든 $t \in (a, b)$에서 $|f^{(k)}(t)| \le 2^k$이면,
> 임의의 $x \in (a, b)$에 대하여 다음 식이 성립한다.
> $$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(c)}{k!}(x-c)^k$$

※ 아래의 정리는 증명 없이 사용한다.

> **테일러 정리**
>
> 함수 $f:(a, b) \to \mathbb{R}$가 (a, b)에서 $(n+1)$계도함수 $f^{(n+1)}$을 가질 때, $c \in (a, b)$에 대하여
> $p_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(c)}{k!}(x-c)^k$이라 하자.
> 그러면 임의의 $x \in (a, b)$에 대하여 다음 식을 만족하는 점 t_x가 x와 c 사이에 존재한다.
> $$f(x) = p_n(x) + \frac{f^{(n+1)}(t_x)}{(n+1)!}(x-c)^{n+1}$$
>
> <참 고>
>
> ○ 함수 $f:(a, b) \to \mathbb{R}$가 자연수 n에 대하여 (a, b)에서 C^n급 함수라는 것은 (a, b)에서 n계도함수 $f^{(n)}$이 존재하고 $f^{(n)}$이 연속임을 뜻한다.
>
> ○ 함수 $f:(a, b) \to \mathbb{R}$가 $0 \le t \le 1$을 만족하는 임의의 실수 t와 (a, b)의 임의의 두 점 $x_1,\ x_2$에 대하여 다음을 만족하면 f를 (a, b)에서 볼록함수라 한다.
> $$f((1-t)x_1 + tx_2) \le (1-t)f(x_1) + tf(x_2)$$
>
> ○ 함수 $f:(a, b) \to \mathbb{R}$가 (a, b)에서 C^{∞}급 함수라는 것은 모든 자연수 n에 대하여 (a, b)에서 n계도함수 $f^{(n)}$이 존재하고 $f^{(n)}$이 연속임을 뜻한다.

수고하셨습니다