2012학년도 중등교사신규임용후보자선정경쟁시험

수　　학

2차 시험	2교시	2문항 50점	시험 시간 120분

수험생 유의 사항

1. 문제지(초안 작성 용지 포함)와 답안지의 전체 면 수와 인쇄 상태를 확인하시오. **답안지는 문항당 2쪽(교시당 4쪽), 초안 작성 용지는 교시당 4쪽입니다. 답안은 문항당 2쪽 이내로만 작성하시오.**

2. 답안지 모든 면의 상단에 **컴퓨터용 사인펜을 사용**하여 성명과 수험 번호를 기재하고, 수험 번호, 문항별 답안지 쪽 번호를 해당란에 '●'로 표기하시오. '●'로 표기한 부분을 수정하고자 할 경우에는 반드시 수정 테이프를 사용하시오.

예시	1번 문항, 1번째 답안지 표기		1번 문항, 2번째 답안지 표기	
	문항 1 전용 답안지	쪽 번호 표기란: ● ②	**문항 1** 전용 답안지	쪽 번호 표기란: ① ●

3. 답안은 **지워지거나 번지지 않는 동일한 종류의 검정색 펜**을 사용하여 작성하시오**(연필이나 사인펜 종류는 사용할 수 없음.)**.

4. 수학, 과학 과목 등 필요한 경우 답안지 가운데 선을 그어 좌우의 2단으로 나누어 답안을 작성해도 됩니다.

5. 답안지에는 문항 내용을 일절 옮겨 적지 마시오. 단, 하위 문항이 있을 경우, 하위 문항의 번호(1-1, 1-2)를 답안지 앞부분에 쓰고 답안을 작성하시오.

6. 각 문항 답안 작성 후 **마지막 문장 뒤에는 반드시 '끝' 자를 쓰시오**(하위 문항이 있는 경우 각 하위 문항에도 '끝' 자를 쓰시오.).

7. 답안 초안 작성은 문제지의 맨 뒷부분에 있는 초안 작성 용지를 활용하시오.

8. 답안 수정 시 삭제하고자 하는 부분에 두 줄(═)을 그으시오.

9. **다음에 해당하는 답안은 채점하지 않으니 유의하시오.**
   - 문항당 답안지 2쪽을 초과하여 작성한 부분
   - 답안란 이외에(뒷면 등) 작성한 부분
   - 지워지거나 번지는 등 식별이 불가능한 부분
   - 수정 테이프나 수정액을 사용하여 수정한 부분
   - 개인 정보를 노출한 답안지 전체
   - 개인 정보를 암시하는 표시가 있는 답안지 전체

10. 시험 종료 전까지 답안 작성을 완료해야 합니다. 시험 종료 후 답안 작성은 부정 행위로 간주됩니다.

11. **답안을 작성하지 않은 빈 답안지도 성명, 수험 번호, 문항별 답안지 쪽 번호를 기재·표기한 후, 4쪽 모두 제출하시오.**

3. 다음은 대수학 강의 시간에 박 교수와 학생이 나눈 대화의 일부분이다. 다음을 읽고 물음에 답하시오. **【30점】**

> **박 교수**: 지금까지 다항식 환에 대한 다음 정리를 증명하였습니다.
>
> <정 리>
>
> F가 체이면 다항식 환 $F[x]$가 주 아이디얼 정역(principal ideal domain)이다.
>
> **학생 A** : 네. 체 위에서의 다항식 환이 주 아이디얼 정역임을 이해하였습니다.
>
> **박 교수**: 이 정리를 출발점으로 하여, ㉠ <u>브라운(S. Brown)과 월터(M. Walter)가 제시한 '만약 그렇지 않다면 어떻게 될까(What if not)' 전략</u>에 따라 수업을 진행하고자 합니다.
> 그럼, 이 전략에 따라 새로운 문제를 만드는 단계까지 진행하고 그 결과를 발표해 봅시다.
>
> **학생 B** : 앞의 정리를 바탕으로 다음과 같은 새로운 명제를 만들었습니다.
>
> <명 제>
>
> 다항식 환 $R[x]$가 주 아이디얼 정역이면 R는 체이다.
>
> **박 교수**: 참 잘 만든 명제입니다. 사실 이 명제는 참입니다. 이제 이 명제를 증명해 봅시다.

3-1. 문제해결 과정에서 문제제기(문제설정, problem posing) 활동의 중요성을 3가지만 제시하시오. 그리고 아래의 정리를 출발점으로 하여, ㉠의 단계에 따라 이 정리가 n차방정식인 경우로 일반화될 수 있음을 구체적으로 설명하시오(단, 모든 근의 합과 모든 근의 곱에 대한 성질만 유도하시오.).

[10점]

> <정 리>
>
> 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α_1과 α_2라 하면 $\alpha_1+\alpha_2=-\dfrac{b}{a}$이고 $\alpha_1\alpha_2=\dfrac{c}{a}$이다.

3-2. 학생 B가 만든 <명제>가 참임을 증명하시오. **[20점]**

4. $\mathbb{R}^3$ 안의 두 곡면 X와 Y가 구간 I에서 정의된 단위속력곡선 $\alpha : I \to X \cap Y$를 따라 수직으로 만난다.

집합 $A = \{\alpha(t) \mid t \in I\}$ 위의 위상 $\mathfrak{I}_A$가 $\mathbb{R}^3$ 위의 보통위상(usual topology)에 대한 상대위상(relative topology)일 때, 곡선 α와 집합 A는 다음 조건을 만족한다.

<조 건>

(가) 곡선 α는 X의 주요곡선이다.
(나) 모든 $t \in I$에 대하여 $\alpha''(t)$는 X와 수직이다.
(다) 위상공간 $(A, \mathfrak{I}_A)$는 콤팩트(compact)가 아니다.

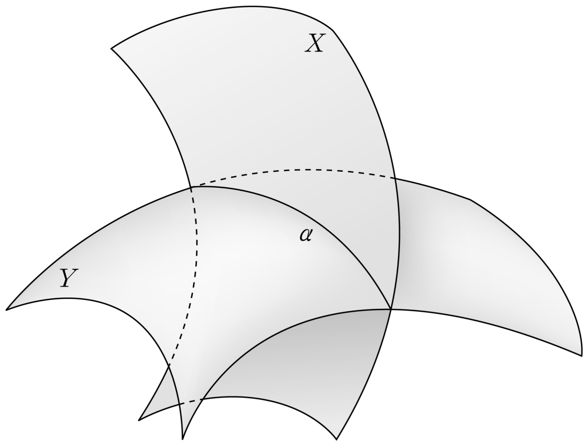
위상 $\mathfrak{I}_A$를 이용하여 집합 X 위의 위상 $\mathfrak{I}$를 다음과 같이 정의하자.

$$\mathfrak{I} = \mathfrak{I}_A \cup \{X - F \mid F\text{는 } (A, \mathfrak{I}_A)\text{에서 콤팩트 부분집합}\}$$

아래의 명제는 조건 (가), (나)로부터 얻을 수 있는 기하적 성질 (Ⅰ)과 조건 (다)로부터 얻을 수 있는 위상적 성질 (Ⅱ), (Ⅲ)을 나타낸 것이다.

명제 (Ⅰ), (Ⅱ), (Ⅲ)이 참임을 각각 증명하시오. **【20점】**

(Ⅰ) 곡선 α 위의 모든 점에서 Y의 가우스 곡률(Gaussian curvature)은 0이다.
(Ⅱ) A는 $(X, \mathfrak{I})$에서 조밀한 부분집합(dense subset)이다.
(Ⅲ) 연속함수 $f : (X, \mathfrak{I}) \to Y$에 대하여 $f|_A : A \to Y$가 상수함수이면 f는 상수함수이다(단, Y 위의 위상은 $\mathbb{R}^3$ 위의 보통위상에 대한 상대위상이다.).



※ 아래의 정리는 증명 없이 사용한다.

정리 1

곡면 X 위의 정칙곡선 $\alpha : I \to X$ 위에서 정의된 X의 미분가능한 단위법벡터장(unit normal vector field)을 $\mathrm{N}_X(t)$라 하자(단, $t \in I$).
$\alpha'(t)$가 점 $\alpha(t)$에서 X의 주요방향이면, 실수 k가 존재하여 $\mathrm{N}_X{}'(t) = k\alpha'(t)$를 만족한다. 또한 그 역도 성립한다.

정리 2

X가 위상공간이고 Y가 T_2 공간(Hausdorff 공간)일 때, 두 연속함수 $f, g : X \to Y$에 대하여 집합 $\{x \in X \mid f(x) = g(x)\}$는 X의 닫힌 부분집합(closed subset)이다.

<참 고>

○ 단위속력곡선(unit speed curve) : 곡선 위의 각 점에서 속력이 1인 정칙곡선(regular curve)
○ 주요곡선(principal curve) : 곡선 위의 각 점에서 접선방향이 주요방향(principal direction)인, 곡면 위의 정칙곡선

수고하셨습니다